TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a M*atmatică-Informatică*

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

• **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**

• **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

• **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

1.	$\lvert z\rvert=\left\lvert\frac{4-2i}{3+i}\right\rvert=\frac{\lvert 4-2i\rvert}{\lvert 3+i\rvert}$ $\lvert z\rvert=\frac{\left(\sqrt{4^2+(-2)^2}\right)}{\left(\sqrt{3^2+1^2}\right)}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$ $\lvert z\rvert=\sqrt{2}$	**2p** **2p** **1p**
2.	$V(x_V,y_V)\in dreptei \Leftrightarrow x_V+y_V-7=0 \quad (1)$. Scriereacoordonatelorvârfuluiparabolei Verificarearelaţiei (1)	**2p** **2p** **1p**
3.	CE: $x\in[1,\infty)$ $x-1+x+2+2\sqrt{x^2+x-2}=9 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x-2}=4-x$ CC: $x\le 4$, $x^2+x-2=16-8x+x^2 \Rightarrow x=2\in[1,4]$	**1p** **2p** **2p**
4.	$\overline{abcd}\,\vdots\,2 \Rightarrow d\in\{0,4\}$ Număr de numere de forma $\overline{abc0}=4\cdot 3\cdot 2=24$ Număr de numere de forma $\overline{abc5}=3\cdot 3\cdot 2=18$ Număr total de numere= $24+18=42$	**1p** **1p** **2p** **1p**
5.	Determinareaecuațieidreptei$AB: x-y+1=0$ $d(O,AB)=\frac{\lvert ax_o+by_o+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\lvert 1\cdot 0-1\cdot 0+1\rvert}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$.	**2p** **3p**
6.	cos x=$-\frac{\sqrt{5}}{3}$ sin 2x= 2 sinxcosx sin2x=$\frac{2\sqrt{5}}{9}$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL II

1.a)	$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 1\\ 7 & -1 & a\end{vmatrix}=-5a+20$; $\Delta=0$; $a=4$	5p
b)	Dacă$\Delta\neq 0$ atunci sistemul este de tip Cramer , deci compatibil . Rezultă că $\Delta=0$; $a=4$. Un minor principal este$\Delta_p=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{vmatrix}$. Sistemul este incompatibil dacă și numai dacă $\Delta_c=\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & -1 & 1\\ 7 & -1 & b\end{vmatrix}\neq 0$, adică $b\neq 4$	2p 3p
c)	Scăzândprimele 2 ecuațiiobținem$x-3y=0$, $adică$ $x=3y$. Din prima ecuație$z=1-x-2y=1-5y$. Cum x,y,z $sunt$ $în$ $prog.aritm.$, avem $x+z=2y$, $3y+1-5y=2y$, $y=\frac{1}{4}$ $x=\frac{3}{4}$, $z=-\frac{1}{4}$. Înlocuind în ultima ecuație obținem $a+4b=20$, ecuație ce are o infinitate de soluții.	2p 3p
2.a)	$f\,\vdots\,(X+2)\Leftrightarrow f(-2)=0$ $\Leftrightarrow -8+6+m=0$ $\Leftrightarrow m=2$	2p 2p 1p
b)	f are o rădăcină dublă $\alpha\Leftrightarrow f(\alpha)=0$ și $f'(\alpha)=0$; $\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha^3-3\alpha+m=0\\ 3\alpha^2-3=0\Rightarrow\alpha_1=1,\alpha_2=-1\end{cases}$ Dacă $\alpha=1\Rightarrow x_1=x_2=1; m=2; x_3=-2$ Dacă $\alpha=-1\Rightarrow x_1=x_2=-1; m=-2; x_3=2$	2p 1p 1p 1p
c)	$f=(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)\Rightarrow(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)=f(1)$ $f(1)=m-2\Rightarrow m-2=m^2+m-3\Rightarrow m^2=1$ $m\in\{-1,1\}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL III

1.a)	$f'(x)=\frac{x^2-1}{x}$ $f'(x)=0\Rightarrow x_1=-1\notin(0,\infty), x_2=1\in(0,\infty)$ Pt. $x\in(0,1]$, $f'(x)\leq 0\Rightarrow f$ descrescătoare pe $(0,1]$ Pt. $x\in[1,\infty)$, $f'(x)\geq 0\Rightarrow f$ crescătoare pe $[1,\infty)$	2p 1p 1p 1p
b)	Pt. $x\in(0,1]$, $f(x)\geq f(1)=\frac{1}{2}, \forall x\in(0,1]$	1p

	Pt $x\in[1,\infty)$, $f(x)\geq f(1)=\frac{1}{2}, \forall x\in[1,\infty)$ $x=1$ punct de minim pt $f \Rightarrow f(x)\geq\frac{1}{2}\forall x\in(0,\infty)\Rightarrow\frac{x^2}{2}-\ln x\geq\frac{1}{2}, \forall x\in(0,\infty)$ $\Leftrightarrow \ln x\leq\frac{x^2-1}{2}, \forall x\in(0,\infty)$	**1p** **2p** **1p**
c)	Fie $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-m$, continuă și derivabilă, g trebuie să aibă 2 rădăcini reale distincte; $g'(x)=f'(x), x>0, g'(x)=0\Rightarrow x=1$ AplicămȘirullui Rolle (ȘR), $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} g(x)=\infty\Rightarrow(+); g(1)=\frac{1}{2}-m; \lim\limits_{x\to\infty} g(x)=\infty\Rightarrow(+)$ Pt ca g săaibă2 rădăcini reale distincte, în ȘR trebuie să avem două schimbări de semn $\Rightarrow\frac{1}{2}-m<0\Rightarrow m\in\left(\frac{1}{2},\infty\right)$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$F(x)=\int_1^2 t^x dt=\left.\frac{t^{x+1}}{x+1}\right\|_1^2=\frac{2^{x+1}-1}{x+1}\Rightarrow$ $1+(x+1)\int_1^2 t^x dt=2^{x+1}, (\forall)x\in R\Rightarrow 1+(x+1)F(x)=2^{x+1}, (\forall)\in R.$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to-1} F(x)=\lim\limits_{x\to-1}\frac{2^{x+1}-1}{x+1}\overset{l'Hospital}{\Rightarrow}\lim\limits_{x\to-1}\frac{2^{x+1}-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1}2^{x+1}\cdot\ln 2=\ln 2.$	**5p**
c)	*Din th.de existenţă a primitivelor unei funcţii continue* $\Rightarrow$ *F este o primitivă a funcţiei f.* *Atunci,* $F'(x)=f(x), (\forall)x\in(-1,\infty)$ *Se obţine că* $f(x)=\left(\frac{2^{x+1}-1}{x+1}\right)'=\frac{(x\ln 2+\ln 2-1)2^{x+1}+1}{(x+1)^2}.$	**1p** **1p** **3p**

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Științe ale naturii

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

• Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I(30 de puncte)

1.	Inlocuire puterile lui i S=1	3p 2p
2.	$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{1964}{53}$ $P = x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{2017}{53}$ $E = \frac{4087}{53}$	2p 2p 1p
3.	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$ $2^{x+1} = 2^3$ Finalizare, $x = 2$	2p 2p 1p
4.	Numerele impare de trei cifre $\overline{abc}$ pot fi: a – 4 posibilitati, b – 4 posibilitati si c – 2 posibilitati Finalizare sunt 4·4·2=32 numere	 2p 3p
5.	Punctul de intersecţie *A(3,4)* Distanţa *OA=5*	3p 2p
6.	$(sinx - cosx)^2 = 1 - 2$sinxcosx E=1	3p 2p

SUBIECTUL II(30 de puncte)

1.a)	Scrierea matricei A(1) $detA(1) = -2$	1p 4p
b)	Condiția matrice inversabilă $detA(a) = -a^2 + 5a - 6$ $a \neq 2, a \neq 3$	1p 2p 2p
c)	$detA(1) = -2 \neq 0,$ $x = 0, y = 1, z = 0$	1p 4p
2.a)	Condiția de divizibilitate r = 5+m m= -5	1p 3p 1p

b)	$x_1 = 1$ $q = x^2 + 4x + 5$ $x_2 = -2 + i, x_3 = -2 - i$	1p 1p 3p
c)	Relațiile lui Viete $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = \frac{x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3}{x_1x_2x_3}$ $= -1$	1p 3p 1p

SUBIECTUL III(30 de puncte)

1.a)	$f'_{(x)} = 1 + \frac{1}{x+1} = \frac{x+2}{x+1}$ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f_{(x)} - f(0)}{x} = f'_{(0)} = 2$	3p 2p
b)	$f'_{(x)} = 0 => x = -2 \notin (-1, \infty)$ $f'_{(x)} > 0, \forall x \in (-1, \infty)$ f este strict crescătoare pe $(-1, \infty)$	2p 2p 1p
c)	$f"_{(x)} = -\frac{1}{(x+1)^2} < 0$ $Aşadar\ f\ concavă\ pe\ intervalul\ (-1, +\infty)$	3p 2p
2.a)	$\int_1^2 (f(x) - lnx)dx = \int_1^2 (e^x + x)dx$= $= e^2 - e + 1$	2p 3p
b)	$F'(x)$ = f(x), deci F este o primitivă pentru f	4p 1p
c)	$A = \int_1^2 f(x)\,dx = F(x)\Big\|_1^2 = F(2) - F(1)$ $e^2 - e + 2ln2$	3p 2p

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II

Clasa a XII-a Tehnologic

5.05.2017

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale;profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

1.	$(\sqrt{2}+1)^2=2+2\sqrt{2}+1$ $2+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}=3\in N$	2p 3p
2.	Conditia de existenta $x^2-3\geq 0$ $\sqrt{x^2-3}=1 \Rightarrow x^2-3=1 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x_1=2$ si $x_2=-2$ Verificarea conditiei	1p 3p 1p
3.	$2^{x^2+1}=2^2$ $x^2+1=2$ Finalizare	1p 1p 3p
4.	Se pot forma A_4^3 numere de 3 cifre distincte, adică 24 de numere.	2p 3p
5.	M(2,2) mijlocul segmentului [BC] AM=3	2p 3p
6.	$\sin 150^o=\sin(180^o-30^o)=\sin 30^o$, $\sin^2 150^o=\sin^2 30^o$ $\sin^2 150^o+\cos^2 30^o=\sin^2 30^o+\cos^2 30^o=1$	3p 2p

SUBIECTUL II

1.a)	$A+3B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}5 & 4\\ 3 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}17 & 13\\ 8 & 5\end{pmatrix}$	2p 3p
b)	$A^2=A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -4 & 3\end{pmatrix}$ $A^2+5I_2=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -4 & 3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8 & 4\\ -4 & 8\end{pmatrix}=4A$	2p 3p
c)	$\det A=5\neq 0 \Rightarrow$ A inversabilă , $A^{-1}=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$	2p

	AX = B => X = $A^{-1}B = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}2 & -1\\1 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5 & 4\\3 & 1\end{pmatrix} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}7 & 7\\11 & 6\end{pmatrix}$	3p
2.a)	f(-1)=0 $-(m+1)-2m-3-1=0$ $m=-\frac{5}{3}$	2p 1p 2p
b)	$S=x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}$ Finalizare	2p 3p
c)	Efectuarea împărțirii Restul = 2X+3	4p 1p

SUBIECTUL III

1.a)	$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{f'(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x-x+2}{e^x-1}$ Se aplica de doua ori l'Hospital si se obtine: $\lim_{x\to\infty}\frac{e^x-1}{e^x} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{e^x} = 1$	2p 1p 2p
b)	$f'(x)=0 \Rightarrow e^x-1=0 \Rightarrow x=0$ Din tabelul de variatie, se obtine: Pt. $x\in(-\infty,0]$, $f'(x)\le 0 \Rightarrow f$ descrescătoare pe $(-\infty,0]$ Pt. $x\in[0,\infty)$, $f'(x)\ge 0 \Rightarrow f$ crescătoare pe $[0,\infty)$	2p 1p 1p 1p
c)	Se arată că f este strict crescătoare pe $[0,+\infty)$. Deci $f(3)\le f(5) \Longrightarrow e^3-3+2\le e^5-5+2 \Longrightarrow$ $e^3-1\le e^5-3 \Longrightarrow e^3+3\le e^5+1$	2p 2p 1p
2.a)	Se studiază continuitatea funcției in punctul x=1 Cum f nu este continuă in acest punct, funcția nu admite primitive pe R	3p 2p
b)	$\int_{-1}^{1}(f(x)-x^3)dx = \int_{-1}^{1}(x^3+2x+2-x^3)dx = \int_{-1}^{1}(2x+2)dx = 4$	5p
c)	$\int_{-1}^{2} f(x)dx = \int_{-1}^{1}(x^3+2x+2)dx + \int_{1}^{2}(e^x+1)dx$ $= e^2-e+5$	2p 3p