TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a M*atmatică-Informatică*
5.05.2017

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.
• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $z=\dfrac{4-2i}{3+i}$.

5p **2.** Arătați că vârful parabolei asociate funcției $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+9$ se află pe dreapta de ecuație $x+y-7=0$.

5p **3.** Rezolvați ecuația $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}=3$.

5p **4.** Câte numere naturale pare, formate din patru cifre distincte, se pot forma cu elementele mulțimii $M=\{0;1;4;7;9\}$?

5p **5.** Se consideră punctele A(1;2) și B(3;4) . Să se calculeze distanța de la originea axelor la dreapta AB.

5p **6.** Știind că $x\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ şi că $\sin x=-\frac{2}{3}$, să se calculeze $\sin 2x$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+2y+z=1 \\ 2x-y+z=1 \\ 7x-y+az=b \end{cases}$, unde a *și* b sunt parametri reali .

5p **a)** Să se determine $a\in\mathbb{R}$, pentru care determinantul sistemului este egal cu zero.

5p **b)** Să se determine valorile parametrilor $a,b\in\mathbb{R}$, pentru care sistemul este incompatibil.

5p **c)** Să se arate că există o infinitate de valori ale numerelor a *și* b pentru care sistemul admite o soluție (x,y,z) , cu x,y,z în progresie aritmetică .

2. Se consideră polinomul $f=X^3-3x+m\in\mathbb{R}[X]$, având rădăcinile x_1,x_2,x_3.

5p **a)** Aflați m astel încât polinomul f să fie divizibil cu $X+2$.

5p **b)** Determinați x_1,x_2,x_3 și m știind că polinomul are o rădăcină dublă.

5p **c)** Determinați m , știind că $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)=m^2+m-3$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția. $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2}{2}-\ln x$

5p **a)** Determinați intervalele de monotonie ale funcţiei f .

5p **b)** Demonstraţi că $\ln x\le\dfrac{x^2-1}{2}$, pentru orice $x>0$.

5p **c)** Determinaţi valorile lui $m\in\mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x)=m$ admite două rădăcini reale distincte.

2. Se consideră funcţia $F:R\to R,\ F(x)=\int_1^2 t^x dt$.

5p **a)** Să se verifice că $1+(x+1)F(x)=2^{x+1},(\forall)x\in R.$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to -1}F(x)$.

5p **c)** Să se arate că există o funcţie continuă $f:(-1,\infty)\to R$, astfel încât $F(x)=1+\int_0^x f(y)dy, \forall x\in(-1,\infty)$.

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a Științe ale naturii
5.05.2017

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Științe ale naturii.
• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Să se calculeze suma $S = 1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4}$

5p **2.** Se dă ecuaţia: $-53x^2 + 1964x - 2017 = 0$ cu soluţiile $x_1 si\ x_2$.Calculaţi valoarea expresiei $E = x_1 + x_2 - 3x_1x_2$.

5p **3.** Rezolvaţi în ***R*** ecuaţia: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} + 2^x = 8$.

5p **4.** Determinati cate numere impare de trei cifre se pot forma cu elemente din multimea {1,2,3,4}.

5p **5.** Calculaţi distanţa de la originea axelor de coordonate la punctul de intersecţie al dreptelor $d_1: 3x - y - 5 = 0$ şi $d_2: = -x + y - 1 = 0$.

5p **6.** Să se demonstreze că expresia E =$(sinx - cosx)^2 + 2sinxcosx$ nu depinde de x.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + ay + 3z = 1 \\ 4x + a^2y + 9z = 1 \end{cases}$, unde $a \in R$. Se notează cu $A(a)$ matricea asociată sistemului.

5p a) Calculați $detA(1)$.

5p b) Determinați valorile lui a pentru care matricea A(a) este inversabilă.

5p c) Pentru $a = 1$, rezolvați sistemul.

2. Se consideră polinomul$f = \mathrm{X}^3 + 3\mathrm{X}^2 + \mathrm{X} + \mathrm{m}, \mathrm{m} \in \mathrm{R}$

5p a) Determinați valoarea lui m pentru care polinomul f se divide prin $X - 1$.

5p b) Pentru $m = -5$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p c) Pentru $m = 1$, calculați $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = x + \ln(x + 1)$

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .

5p c) Arătaţi că funcţia este concavă, pentru orice $x > -1$

2. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \to \mathbb{R}, f(\mathrm{x}) = e^x + \ln\mathrm{x} + 1$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 (f(x) - lnx)dx = e^2 - e + 1$.

5p b) Demonstrați că funcția $F: (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $\mathrm{F}(\mathrm{x}) = e^x + xlnx + 2017$ este o primitivă a funcției f.

5p c) Arătați că suprafața delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = 2$, are aria egală cu $e^2 - e + 2ln2$.

TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a Tehnologic
5.05.2017

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale;profilul tehnic, toate calificările profesionale.

• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numărul $N = (\sqrt{2}+1)^2 - 2\sqrt{2}$ este natural.

5p **2.** Rezolvati in R ecuatia $\sqrt{x^2-3} = 1$

5p **3.** Rezolvați ecuația $2^{x^2+1} = 4$.

5p **4**. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elemente ale mulțimii $\{2,4,6,8\}$?

5p **5**. În reperul cartezian *xOy* se considera punctele A(-1,2) ,B(2,0),C(2,4). Calculați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului [BC].

5p **6.** Calculati $\sin^2 150^o + \cos^2 30^o$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1 Se considera matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ si $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în M_2 (ℝ).

5p a) Sa se calculeze A+3B.

5p b) Sa se demonstreze ca matricea A verifica egalitatea $A^2 + 5I_2 = 4A$ unde $A^2 = A \cdot A$.

5p c) Sa se rezolve ecuatia matriceala $A \cdot X = B$, unde $X \in M_2$ (ℝ).

2. Fie polinomul $f_m = (m+1)X^3 - 2mX^2 + 3X - 1 \in \mathbb{R}[X]$.

5p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ dacă polinomul f are rădăcina $x_0 = -1$

5p b) Pentru m = 1,calculați suma rădăcinilor polinomului *f*.

5p c) Pentru $m = -2$,determinați restul împărțirii polinomului f la $X^2 - 1$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - x + 2$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{f'(x)}$.

5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcţiei f .

5p c) Să se arate că $e^3 + 3 \leq e^5 + 1$.

2. Fie funcția $f: R \to R, f(x) = \begin{cases} e^x + 1\,, & x > 1 \\ x^3 + 2x + 2, & x \leq 1 \end{cases}$

5p a) Să se stabilească dacă funcția f admite primitive pe R.

5p b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} (f(x) - x^3)dx$.

5p c) Să se calculeze $\int_{-1}^{2} f(x)dx$.